

22. Bestimmen Sie alle Primideale in $\mathfrak{o}_{\mathbb{Q}(\sqrt{-7})}$, die über dem Primideal $2\mathbb{Z}$ von \mathbb{Z} liegen.
23. Quadratische Zahlkörper sind durch ihre Diskriminante eindeutig bestimmt. Für kubische Zahlkörper gilt das nicht mehr: Betrachten Sie die Zahlkörper, die durch Adjunktion von Nullstellen der Polynome

$$X^3 - 18X - 6, \quad X^3 - 36X - 78, \quad X^3 - 54X - 150$$

zu \mathbb{Q} entstehen. Bestimmen Sie deren Diskriminanten. Zeigen Sie deren Nicht-Isomorphie durch Betrachtung der Primzerlegung von 5 und von 13 in den jeweiligen Ganzheitsringen.

24. Bestimmen Sie den Zerfällungskörper von

$$X^3 + X^2 - 2X - 1$$

über \mathbb{Q} .

25. Zeigen Sie: Falls $f \in \mathbb{Z}[X]$ ein kubisches Polynom mit einer nicht-reellen Nullstelle ist, so hat der Zerfällungskörper von f über \mathbb{Q} stets Grad 6 über \mathbb{Q} .
26. Sei α eine nicht-reelle Nullstelle von $X^3 + X^2 - 1$.
- Bestimmen Sie das Minimalpolynom von $\alpha\bar{\alpha}$, wobei $\bar{\alpha}$ aus α durch komplexe Konjugation entsteht.
 - Bestimmen Sie das Minimalpolynom von $\alpha/|\alpha|$.
 - Ist $\alpha/|\alpha|$ eine Einheitswurzel?