

19. Man zeige, dass es in \mathbb{Q} eine einzige Ordnung gibt, nämlich den Ring der ganzen Zahlen.
20. Zeigen Sie, dass der Durchschnitt zweier vollständiger Gitter in einem Zahlkörper wieder ein vollständiges Gitter ist.
21. Sei M ein vollständiges Gitter in einem algebraischen Zahlkörper K .

- (a) Man zeige, dass

$$M^* := \{\xi \in K : \forall \alpha \in M \operatorname{Tr}(\alpha\xi) \in \mathbb{Z}\}$$

ebenfalls ein vollständiges Gitter von K (das komplementäre Gitter von M) ist.

- (b) Man zeige $(M^*)^* = M$, d.h. das komplementäre Gitter von M^* ist M .
- (c) Man zeige, dass die komplementären Gitter M und M^* dieselbe Dedekindsche Ordnung haben.
- (d) Man zeige, dass für vollständige Gitter M_1 und M_2 die Beziehungen $M_1 \subseteq M_2$ und $M_1^* \supseteq M_2^*$ äquivalent sind.